

文章编号 1004-924X(2007)08-1229-06

光学非球面坐标测量中位姿误差的分离与优化

贾立德, 郑子文, 李圣怡, 戴一帆

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 在开发了一种专用非球面坐标测量机的基础上, 分析了测量系统与工件在空间6个自由度上的相对位姿误差的关系, 建立了位姿误差的数学模型。利用模型参数估计的方法, 建立了测量数据与名义面形之间基于最小二乘法的优化模型, 得到了上述位姿误差的最小二乘估计, 并据此对工件面形误差测量结果进行校正, 消除了位姿误差的影响, 提高了测量结果的可信度与精度, 最终使测量系统精度达到 $0.5 \mu\text{m}$, 重复精度优于 $0.3 \mu\text{m}$ 。

关键词: 光学非球面; 坐标测量; 位姿误差; 模型参数估计

中图分类号: TH703 **文献标识码:** A

Separation and optimization of posture errors in optical aspheric coordinate measurement

JIA Li-de, ZHENG Zi-wen, LI Sheng-yi, DAI Yi-fan

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Based on the development of a new special-purpose optical aspheric coordinate measurement machine, the effect of the relative posture errors between the measurement system and the workpiece in 6 degrees was researched, and its mathematical model was established. With a model parameter estimation method, the least square (LS) optimal model was established based on the measuring data and the nominal surface, and then the LS estimations of the posture errors were obtained to correct the measurement result. The experimental results indicate that the method can eliminate the effect of posture errors and increase the reliability and accuracy of the measuring data, which ensures the measurement system in a repeatability of $0.3 \mu\text{m}$ and an accuracy of $0.5 \mu\text{m}$.

Key words: optical aspherics; coordinate measurement; posture error; model parameter estimation

1 引言

随着空间探测技术、新型激光武器装备的发展以及武器装备信息化需求的日益提高, 各种中、

大型及高陡度非球面光学零件越来越显现出广阔的应用前景^[1-3]。然而, 高精度的非球面检测技术一直是一个难点, 是制约非球面进一步广泛应用的瓶颈。其中加工过程中面形误差的检测在很大程度上决定了最终面形的收敛精度和效率。坐标

收稿日期: 2007-03-06; 修订日期: 2007-05-29.

基金项目: 高等学校博士学科点基金资助项目 (No. 20049998013)

测量方法是现阶段较为常用的检测手段。为此, 本文研制开发了一种专用非球面形接触式测量系统, 通过测量非球面的多条母线(子午截线)来实现对非球面形的检测。系统主要通过高精度气浮导轨实现水平运动测量运动, 通过精密气浮转台实现对被测非球面的精确分度, 通过点位式测量方式实现非球面形的检测^[3]。

然而在实际的测量系统中由于工件安装不精确使被测工件表面坐标系与测量坐标系之间总是不能完全重合, 从而在测量结果中引入了位姿误差的影响, 同时对应于不同的测量截线工件都具有不同的位姿误差。因此要准确地表达面形误差就必须在数据处理时调整测量坐标系使之与工件表面坐标系一致, 消除上述位姿误差的影响^[4-6]。虽然目前关于复杂曲面误差检测和评定中设计曲面与测量曲面的匹配方法的研究较多, 但大部分都不能满足光学镜面的精度要求^[7]。

针对这一问题, 本文提出了一种基于模型参数估计的位姿误差分离优化方法, 得到了位姿误差最小二乘意义下的最优估计, 消除位姿误差对测量结果的影响, 提高了测量精度。

2 位姿误差的分析与建模

研制的专用非球面接触式测量系统如图 1 所示^[3]。

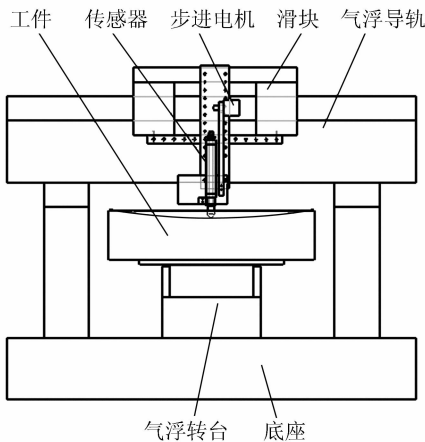


图 1 测量原理示意图

Fig. 1 Schematic diagram of measurement setup

基于模型参数估计的误差分离技术主要包含两项内容: 一是准确地建立关于被测面形和位姿误差关系的数学模型; 二是精确地估计出位姿误

差的大小和方向并从测量结果中分离出去^[8]。对测量系统进行精度与误差分析, 建立准确的位姿误差数学模型是进行位姿误差分离的第一步。

空间三维坐标系下最多存在 6 个自由度上的位姿误差, (e_x, e_y, e_z) 和 $(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ 分别是沿 X, Y, Z 轴的平移误差和绕 X, Y, Z 轴的角度误差。对于回转对称二次非球面而言, $\alpha_z = 0$, 同时不妨假设测量坐标系的原点总是在工件表面上, 简化后的模型如图 2 所示^[9-11], 其中 O_1XYZ 为工件坐标系, $O_1-X_1Y_1Z_1$ 为测量坐标系。

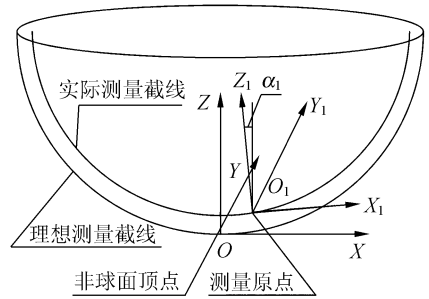


图 2 位姿误差模型图^[9-11]

Fig. 2 Schematic diagram of posture errors

2.1 测量坐标系原点沿 X 轴方向平移误差 e_x

理想条件下非球面测量截线方程为^[1]:

$$\begin{cases} Z(x, y) = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2(x^2 + y^2)}}, \\ y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中 c 是顶点曲率, $c = 1/R$, R 为顶点曲率半径, k 是二次曲线常数。

存在误差 e_x 后

$$Z_x(x, e_x) = \frac{c(x + e_x)^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2(x + e_x)^2}}, \quad (2)$$

由此引起的测量误差为

$$\begin{aligned} \delta Z_x &= Z_x(x, e_x) - Z(x) = \\ &= \frac{R - \sqrt{R^2 - (1+k)(x + e_x)^2}}{1+k} - \frac{R - \sqrt{R^2 - (1+k)x^2}}{1+k} \approx \\ &= \frac{2xe_x + e_x^2}{2\sqrt{R^2 - (1+k)x^2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 测量坐标系原点沿 Y 轴方向平移误差 e_y

理想条件下, 在投影平面 XY 内多条测量母线相交于 O 点。然而, 在实际测量系统中, 测量截线总是难以通过工件中心, 同时工件中心与回转中心之间是不重合的, 从而形成对中误差, 如图 3 所示。

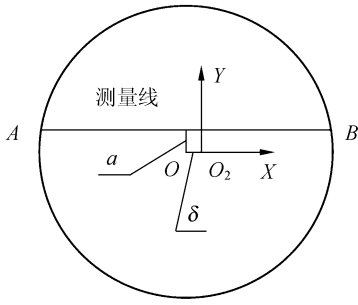


图 3 对中误差示意图

Fig. 3 Schematic diagram of eccentricity error

假设回转中心点为 O_2 , 工件中心点为 O , 偏心量为 $\delta = |O_2 - O|$, 测量截线为 AB , 与回转中心 O_2 之间的距离为 a , 测量时工件转动方向为逆时针转动, 则对中误差可以表示为式(4), 其中 n 是测量截线的数目。

$$e_y = a + \delta \sin\left(\frac{j-1}{n}\pi\right), j=1 \cdots n. \quad (4)$$

理想条件下的测量轨迹为式(1), 存在 e_y 后的测量轨迹为:

$$Z_y(x, e_y) = \frac{C(x^2 + e_y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1+k)C^2(x^2 + e_y^2)}}, \quad (5)$$

由 e_y 引入的测量误差可以表示为:

$$\delta Z_y = Z_y(x, e_y) - Z(x) \approx \frac{e_y^2}{2\sqrt{R^2 - (1+k)x^2}} \approx \frac{e_y^2}{2R} + \frac{(1+k)e_y^2}{4R^3}x^2 = \delta Z_{y1} + \delta Z_{y2}, \quad (6)$$

由式(6)可以看出, 对中误差带来的影响可以分为两项 $\delta Z_{y1} = \frac{e_y^2}{2R}$ 和 $\delta Z_{y2} = \frac{(1+k)e_y^2}{4R^3}x^2$, 其中 δZ_{y1} 是一个常数项, δZ_{y2} 具有离焦误差的形式, 对于抛物面而言, 由于 $k = -1$, 只有 δZ_{y1} 。显而易见, $\delta Z_{y2} \ll \delta Z_{y1}$, δZ_{y1} 是主要误差分量。同时由式(4)可知, 对于不同的测量截线, δZ_{y1} 是不相等的。

2.3 测量坐标系与工件坐标系 Y 轴的偏角 α_y

假设测量坐标系与工件坐标系 Y 轴的偏角为 α_y , 理想测量轨迹为式(1), 存在 α_y 后为

$$x\alpha_y + Z_{\alpha y} = \frac{R - \sqrt{R^2 - (1+k)(x - Z_{\alpha y}\alpha_y)^2}}{1+k}$$

$$Z_{\alpha y} = \frac{R - \sqrt{R^2 - (1+k)(x - Z_{\alpha y}\alpha_y)^2}}{1+k} - x\alpha_y$$

由于 $Z_{\alpha y} \ll x, \alpha_y \approx \epsilon$, 因此可以得到

$$\delta Z_{\alpha y} \approx x\alpha_y. \quad (7)$$

2.4 测量坐标系与工件坐标系 X 轴的偏角 α_x

假设理想非球面方程为 (X, Y, Z) , 存在偏角

α_x 后的非球面方程 $(X_{\alpha x}, Y_{\alpha x}, Z_{\alpha x})$ 由坐标的旋转矩阵可以得到

$$\begin{bmatrix} X_{\alpha x} \\ Y_{\alpha x} \\ Z_{\alpha x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_x & \sin \alpha_x \\ 0 & -\sin \alpha_x & \cos \alpha_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad (8)$$

由于 $\alpha_x \approx \epsilon$, 因此不妨假设 $\cos \alpha_x \approx 1, \sin \alpha_x \approx \alpha_x$, 则由式(1)和式(8)可以得到存在偏角 α_x 后的测量截线方程为:

$$\begin{cases} X_{\alpha x} = X \\ Y_{\alpha x} = Y \cos \alpha_x + Z \sin \alpha_x \approx Y + Z\alpha_x \\ Z_{\alpha x} = -Y \sin \alpha_x + Z \cos \alpha_x \approx -Y\alpha_x + Z \end{cases}$$

即 $\delta Z_{\alpha x} = Z_{\alpha x} - Z \approx -Y\alpha_x. \quad (9)$

如图 2 所示, 由于截线测量时通常为 $Y = 0$, 因此在同样的偏角幅值下, $\delta Z_{\alpha x} \ll Z_{\alpha y}$, 为了简化模型将误差 α_x 忽略不计。将上述分析总结, 可以表示为下表:

表 1 位姿误差影响关系表

Tab. 1 Effects of posture errors

测量坐标系相对工件 坐标系位姿误差	测量误差
沿 X 轴方向平移 e_x	$\delta Z_x = Z(x, e_x) - Z(x) \approx \frac{2xe_x + e_x^2}{2\sqrt{R^2 - (1+k)x^2}}$
沿 Y 轴方向平移 e_y	$\delta Z_y = Z_y(x, e_y) - Z(x) \approx \frac{e_y^2}{2R} + \frac{(1+k)e_y^2}{4R^3}x^2$
绕 Y 轴转角 α_y	$\delta Z_{\alpha y} \approx x\alpha_y$
绕 X 轴转角 α_x	在小角度下误差很小, 可忽略

在测量过程中, 实际的工件位姿误差大小是未知的, 根据表 1 的分析, 各种位姿误差以某种确定的关系影响测量结果, 因此可用参数估计的方法从测量结果中估计位姿误差, 从而获得更接近真实的面形评价结果。考虑到实际加工中非球面顶点曲率半径 R 与名义值之间存在误差, 因此将 R 也作为模型参数估计的被估参数, 最终形成被估参数 (e_x, e_y, α_y, R) 。

3 基于模型参数估计的误差分离算法

基于模型参数估计的位姿误差的分离过程

如图 4 所示^[9], 首先将测量数据进行预处理去除其中的粗大误差点, 并给定位姿误差的初始估计值, 利用下面建立的位姿误差数学模型进行优化求解, 得到其最优估计并从测量结果中分离出去, 得到真实的面形误差数据。

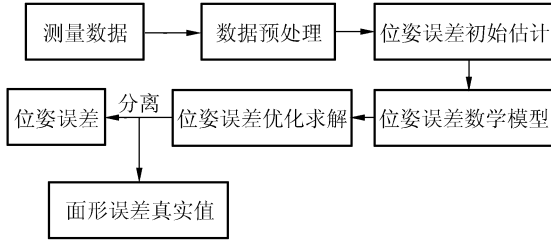


图 4 基于模型参数估计的位姿误差分离原理框图

Fig. 4 Flow block of error separation based on model parameter estimation

假设理想非球面形为 (X, Y, Z) , 测量工件表面 n 条截线, 包含位姿误差的测量数据为 (X^m, Y^m, Z^m) , 其中 $e_x = [e_{x1}, e_{x2}, \dots, e_{xm}]$, $e_y = [e_{y1}, e_{y2}, \dots, e_{ym}]$, $\alpha_y = [\alpha_{y1}, \alpha_{y2}, \dots, \alpha_{yn}]$, 相应的转换矩阵为 $T = [T_1, T_2, \dots, T_n]$ 。以下式为目标函数, 它表示两组数据点集之间距离的平方和, 当目标函数取得最小值时就得到被估参数的最小二乘意义下的最优估计 $(\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{\alpha}_y, \hat{R})$ ^[7]。

$$F = \sum_{j=1}^m |TQ_j - P_j|^2 = \sum_{j=1}^m |P_j' - P_j|^2, \quad (10)$$

式中, $Q_j = [X_j, Y_j, Z_j, 1]^T$ 为实测数据点坐标; $P_j' = [x_j', y_j', z_j', 1]^T$, $P_j' = TQ_j$ 为经过转换后的实测点坐标; $P_j = [X_j^m, Y_j^m, Z_j^m, 1]^T$ 为理想数据点的坐标, 定义为理想曲面上距离 P_j' 最近点的坐标(投影点);

T 为包含位姿误差的变换矩阵, 定义为

$$T_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{yi} & 0 & \sin \alpha_{yi} & e_{xi} \\ 0 & 1 & 0 & e_{yi} \\ -\sin \alpha_{yi} & 0 & \cos \alpha_{yi} & L_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其中 $L_i = \frac{c(e_x^2 + e_y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2(e_x^2 + e_y^2)}}$ ($i=1, \dots, n$),

式(10)也可以表示为 $F = f(e_x, e_y, \alpha_y, R)$, 为得到最小二乘参数 (e_x, e_y, α_y, R) , 理论上只需令:

$$\begin{cases} \frac{\partial f(e_x, e_y, \alpha_y, R)}{\partial e_x} = 0 \\ \frac{\partial f(e_x, e_y, \alpha_y, R)}{\partial e_y} = 0 \\ \frac{\partial f(e_x, e_y, \alpha_y, R)}{\partial \alpha_y} = 0 \\ \frac{\partial f(e_x, e_y, \alpha_y, R)}{\partial R} = 0 \end{cases}, \quad (12)$$

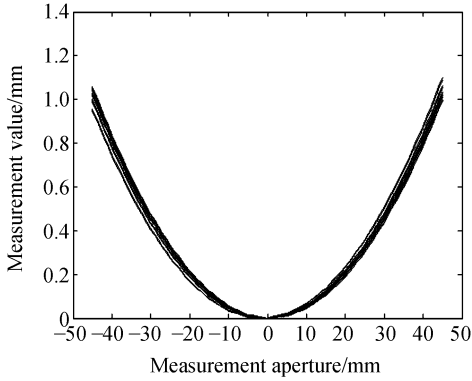
这实际上是一个目标函数为非线性函数的较为复杂的无约束优化求解问题。同时也可以看到目标函数是以经过误差补偿后的测量点与其在理想曲面上的投影点之间的距离最小进行优化, 因此未考虑测量系统本身的随机误差, 而是利用最小二乘法抑制其影响, 试验也证明这样是可行的。

同时, 位姿误差的初始值对目标函数能否优化成功具有重要影响, 为此本文采取了全局优化的方法, 即根据建立的单条截线测量的位姿误差模型, 针对多条截线测量结果, 以工件顶点为基准点, 将包含不同位姿误差的所有测量截线数据联立, 形成以各条截线位姿误差、离焦误差为参数的面形测量结果表示, 建立以该测量结果与其在理想曲面上的投影点之间的距离之差的均方根为最小的目标函数。与每条截线独立进行优化计算相比, 沿任一路径的误差传播机会都会受到其他路径的约束, 能够更好地抑制优化估计误差的传播, 得到合理的三维面形误差数据。然而其代价是随着测量截线数 n 的增大, 优化变量的个数 $(3n+1)$ 也将增大, 因此会增加问题的复杂性, 利用 matlab 中相应的求解算法可以实现对较多优化变量的同时求解。

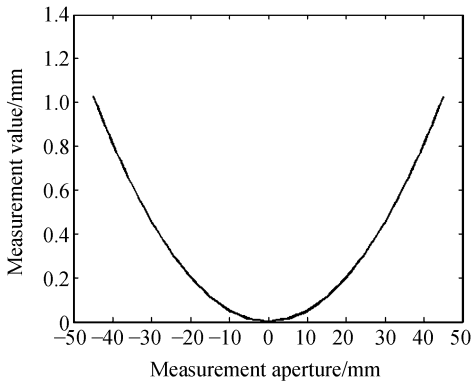
4 测量实验

为验证算法的有效性, 同时为了能够用干涉仪校准仪器, 实验中采用了精抛后的小尺寸工件。对口径 $D=100$ mm, $R=1000$ mm 的抛物面镜进行了测量, 并与干涉测量结果进行了比较。其中测量步长为 5 mm, 测量截线 12 条。消除位姿误差前, 接触式测量结果为面形误差 $PV = 4.12 \mu\text{m}$, $RMS = 0.83 \mu\text{m}$, 顶点曲率半径 $R = 989.26$ mm。消除位姿误差后 $PV = 3.79 \mu\text{m}$, $RMS = 0.64 \mu\text{m}$, 顶点曲率半径 $R = 986.09$ mm。干涉测量结果为面形误差 $PV = 3.46 \mu\text{m}$, $RMS = 0.55 \mu\text{m}$ 。图 5(a) 和 (b) 分别是优化前后的测量截线; 可以看出, 消除位姿误差前各个测量截线

具有不同的位姿误差,消除位姿误差后各个截线趋于一致,也即表明其坐标系趋于一致。图 6 所示为测量口径 $D=500\text{ mm}$, $R=1\ 000\text{ mm}$ 的抛物面一条截线消除位姿误差前后的截线误差结果。图 7 是测量口径为 500 mm 抛物面镜的照片。

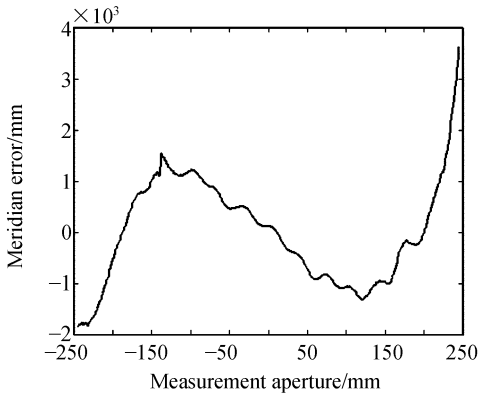


(a) 优化以前的 12 条测量截线
(a) 12 meridians before optimization

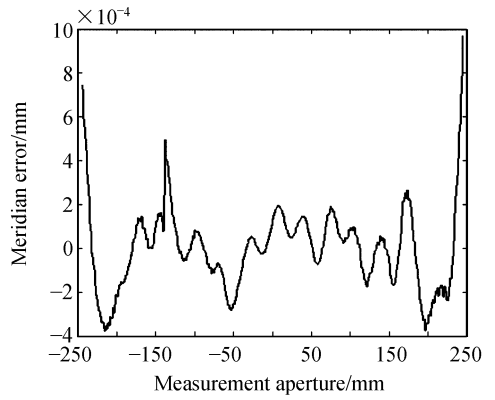


(b) 优化以后的 12 条测量截线
(b) 12 meridians after optimization
图 5 优化前/后的 12 条测量截线

Fig. 5 12 meridians before and after optimization



(a) 消除位姿误差前
(a) Result before eliminating posture errors



(b) 消除位姿误差后
(b) Result after eliminating posture errors

图 6 消除位姿误差前/后的结果
Fig. 6 Results before and after eliminating posture errors



图 7 测量系统实物图
Fig. 7 Photograph of measurement setup

5 结 论

在光学非球面的坐标检测中,一方面,通过改善硬件设备来提高测量精度;另一方面,采取合理的数据处理算法消除测量数据中包含的相对位姿误差等因素的影响,也是提高测量精度的一个重要手段。本文在开发了光学非球面专用坐标测量机的基础上,系统地分析了测量系统与工件之间相对位姿误差的影响和数学模型,抓住其以某种确定的关系影响测量结果的特点,建立了基于模型参数估计的位姿误差分离与优化方法,优化得到了相对位姿误差的最小二乘估计,据此消除其对测量结果的影响,有效地提高了测量结果的可信度和精度,最终使测量系统达到重复精度为 $0.3\ \mu\text{m}$,精度为 $0.5\ \mu\text{m}$ 。

参考文献:

- [1] 杨力. 先进光学制造技术[M]. 北京, 科学出版社, 2001.
YANG L. *Advanced Manufacturing Technology of Optics* [M]. Beijing: Science Press, 2001. (in Chinese)
- [2] 贾立德, 郑子文, 戴一帆, 等. 摆臂式非球面轮廓仪的原理与试验[J]. 光学精密工程, 2007, 15(4): 499-504.
JIA L D, ZHENG Z W, DAI Y F, *et al.*. Principle and experiments of swing-arm profilometer[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(4): 499-504. (in Chinese)
- [3] 贾立德, 郑子文, 李圣怡, 等. 基于柱面坐标系的新型光学坐标测量机的研制[J]. 光学精密工程, 2006, 14(5): 551-555.
JIA L D, ZHENG Z W, LI SH Y, *et al.*. Development of a new optical coordinate measuring machine in cylinder coordinates[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(5): 551-555. (in Chinese)
- [4] 余景池, 张学军, 孙侠菲, 等. 计算机控制非球面加工精磨阶段的检测技术[J]. 光学技术, 1998, 3: 38-40.
YU J CH, ZHANG X J, SUN X F, *et al.*. Testing technology at fine grinding stage of computer-controlled aspheric surfacing[J]. *Optical Technology*, 1998, 3: 38-40. (in Chinese)
- [5] 程灏波. 精研磨阶段非球面接触式测量误差补偿技术[J]. 机械工程学报, 2005, 41(8): 228-232.
CHENG H B. Touch trigger probe measurement accuracy of aspherical mirror during fine lapping process[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, 41(8): 228-232. (in Chinese)
- [6] ROLF F, BERND D, FRANK H. Absolute measurement of non-comatic aspheric surface errors[J]. *Optics Communications*, 1999, 161: 106-114.
- [7] 杜建军, 高栋, 孔令豹, 等. 光学自由曲面误差评定中匹配方法的研究[J]. 光学精密工程, 2006, 14(1): 133-138.
DU J J, GAO D, KONG L B, *et al.*. Study of matching methods for error evaluation of optical free-form surface [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(1): 133-138. (in Chinese)
- [8] 谭久彬. 精密测量中的误差补偿技术[M]. 哈尔滨, 哈尔滨工业大学出版社, 1995.
TAN J B. *Error Compensation Technique in the Precise Measurement* [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1995. (in Chinese)
- [9] 张星祥, 任建岳. 非球面镜检测误差的逆向求解法[J]. 航空精密制造技术, 2003, 39(6): 26-30.
ZHANG X X, REN J Y. Inverse solution for measuring aspherical mirror error[J]. *Aviation Precision Manufacturing Technology*, 2003, 39(6): 26-30. (in Chinese)
- [10] 万勇建, 范斌, 袁家虎, 等. 大型非球面主镜细磨中的一种在线检测技术[J]. 光电工程, 2005, 32(1): 1-4.
WAN Y J, FAN B, YUAN J H, *et al.*. An on-line measuring technique for lapping large aspherical mirror [J]. *Opto-electron. Eng.*, 2005, 32(1): 1-4. (in Chinese)
- [11] 程子清, 耿安兵, 杨长城. 轮廓仪检测的系统误差分析[J]. 光学与光电技术, 2005, 3(2): 41-44.
CHENG Z Q, GENG A B, YANG CH CH. Analysis on system error of profilometer testing[J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2005, 3(2): 41-44. (in Chinese)

作者简介: 贾立德(1981—), 男, 国防科技大学博士研究生, 主要研究方向为光学非球面的接触式测量技术。E-mail: jiazhonghua135@yahoo.com.cn